

Kombinatoryka

Zestaw dodatkowy: powtórka

1. Przelicz rozmieszczenie pięciu przedmiotów w czterech pudełkach. Rozważ wszystkie cztery przypadki dotyczące rozróżnialności.
2. Co jest bardziej prawdopodobne: niewyrzucenie “6” przy czterech rzutach kostką, czy niewyrzucenie pary “(6,6)” przy dwudziestu czterech rzutach dwoma kostkami?
3. Grupę 20 aktywistów, w której jest 4 mieszkańców Poznania, dzielimy na cztery 5-osobowe delegacje, przy czym ważny jest dla nas jedynie skład delegacji, a nie uporządkowanie osób w grupach czy kolejność delegacji. Ile jest takich podziałów, w których
 - (a) w każdej delegacji jest jeden poznaniak?
 - (b) w jednej delegacji jest jeden poznaniak, a w innej trzech pozostałych?
4. Ile słów 10-literowych można utworzyć mając do dyspozycji cztery litery a , cztery b i cztery c ? A ile, gdy zamiast czterech będziemy mieć do dyspozycji po dziesięć liter każdego rodzaju?
5. Wyznacz liczbę ciągów binarnych długości $3n$, w których zer jest dwa razy więcej niż jedynek, serii jedynek jest k , a po każdej serii jedynek występuje nie krótsza od niej seria zer.
6. Wkładamy 100 książek do pudełek, w których mieści się odpowiednio 5, 10 i 20 książek, przy czym pudełka z zewnątrz wyglądają identycznie. Dysponujemy czterema pudełkami, w których mieści się 5 książek, czterema, w których mieści się 10 i dwoma, w których mieści się 20.
 - (a) Ile różnych zestawów paczek z książkami możemy w ten sposób utworzyć?
 - (b) Losowo wysyłamy pudełka do 10 różnych osób. Ile mamy możliwych scenariuszy obdarowania każdej z tych osób jedną paczką.
 - (c) Zosia pokolorowała pudełka dziesięcioma różnymi kolorami. Ile teraz możemy utworzyć różnych zestawów paczek?
7. W ilu liczbach 8-cyfrowych (bez zer)
 - (a) największą cyfrą jest 5?
 - (b) najmniejszą cyfrą jest 5?
8. W kolejce po bilety w cenie 10 złotych ustawiło się $n + m$ osób, z których n ma tylko banknoty 10-złotowe, a m tylko banknoty 20-złotowe ($m \leq n + 1$). Wszyscy kupują po jednym bilecie. Przed rozpoczęciem sprzedaży w kasie nie było pieniędzy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że nikt z kolejki nie będzie musiał czekać na resztę?
9. Pokaż, że

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1} - \binom{m}{r+1}.$$