

# Kombinatoryka

## Zestaw 6: Zasada włączania i wyłączenia.

1. Ile ciągów długości  $n$ , zbudowanych z liczb  $0, 1, \dots, 2017$  zawiera co najmniej jedno zero, co najmniej jedną jedynekę i co najmniej jedną dwójkę?
2. Rozdajemy  $t$  różnych piłek wśród  $m$  dzieci ( $t \geq m$ ). Na ile sposobów możemy to zrobić tak, aby przynajmniej jedno dziecko zostało bez piłki.
3. Na balu jest  $n$  małżeństw. W pewnym momencie panowie proszą panie do tańca, ale nie swoje żony. Na ile sposobów mogą to zrobić?
4. Oblicz ile jest liczb naturalnych mniejszych od 700 i względnie pierwszych z 6!
5. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że graf wybrany losowo spośród wszystkich  $\binom{n}{m}$  grafów o  $n$  wierzchołkach i  $m$  krawędziach, nie posiada wierzchołków izolowanych.
6. Szkoła, w której jest 120 uczniów, ma sekcje judo i karate. Liczba uczniów chodzących tylko na judo jest dwa razy większa od liczby tych, którzy chodzą na karate (i być może także na judo). Uczniów nieuczęszczających na żaden kurs jest o 25 więcej niż chodzących na oba kursy. 75 uczniów chodzi na co najmniej jeden kurs. Ilu uczniów uczęszcza na judo, ilu na karate, a ilu jest jednocześnie w obu sekcjach?
7. Do czterech różnych, 5-osobowych samochodów wsiada 9 kobiet i 11 mężczyzn. Oblicz w ilu przypadkach w każdym samochodzie znajdzie się kobieta.
8. W ilu permutacjach liter słowa MATHEMATICS występuje zbitka MM lub AA lub THE?
9. W ilu permutacjach liczb  $1, 2, \dots, 20$  pierwsza liczba jest większa od 5, a ostatnia jest mniejsza od 15?
10. Ile liczb całkowitych z przedziału od 1 do 250 jest podzielnych przez co najmniej jedną z liczb 3, 4, 6, 10?
11. Siedzimy w rzędzie  $n$  małżeństw. W ilu ustawieniach żadne małżeństwo nie siedzi razem? Jak zmieni się wynik, jeśli małżeństwa siedzimy przy okrągłym stole (na nieponumerowanych krzesłach)?
12. Rzucamy  $n$  razy dwiema kostkami. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wyrzuconych par pojawią się wszystkie pary  $(i, i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ .