

Kombinatoryka

Zestaw dodatkowy: powtórka przed testem nr 1

1. Przelicz rozmieszczenie pięciu przedmiotów w czterech pudełkach. Rozważ wszystkie cztery przypadki dotyczące rozróżnialności.
2. Co jest bardziej prawdopodobne: niewyrzucenie “6” przy czterech rzutach kostką, czy niewyrzucenie pary “(6,6)” przy dwudziestu czterech rzutach dwoma kostkami?
3. Na stacji czeka 30 niezależnych pasażerów. Podjeżdża pociąg złożony z 5 wagonów, a każdy pasażer wybiera losowo wagon, do którego wsiada. Oblicz prawdopodobieństwo, że
 - (a) do każdego wagonu wsiądzie 6 osób;
 - (b) do jednego wagonu nie wsiądzie nikt.
4. Ile jest możliwych wyników przy rzucie 4 identycznymi kostkami (wynik tworzą 4 liczby, które pojawiają się na górnych ściankach kostek).
5. Na ile sposobów można posadzić przy okrągłym stole n mężczyzn i n kobiet, tak by kobiety i mężczyźni siedzieli na przemian.
6. W ilu liczbach 8-cyfrowych (bez zer)
 - (a) największą cyfrą jest 5?
 - (b) najmniejszą cyfrą jest 5?
7. Pokaż, że

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1} - \binom{m}{r+1}.$$

8. Ile ciągów x_1, \dots, x_{2n} spełnia 1) dwie pierwsze, 2) wszystkie z poniższych własności?
 - (a) $x_1 = 0, x_{2n} = 1,$
 - (b) $|x_i - x_{i-1}| = 1$ dla $i = 2, \dots, 2n,$
 - (c) $x_i > 0$ dla $i = 2, \dots, 2n.$