

KOMBINATORYKA – 6
(zasada włączania i wyłączenia)

1. Ile ciągów długości n , zbudowanych z liczb $0, 1, \dots, 2012$ zawiera co najmniej jedno zero, co najmniej jedną jedynkę i co najmniej jedną dwójkę?
2. Rozdajemy t różnych piłek wśród m dzieci ($t \geq m$). Na ile sposobów możemy to zrobić tak, aby przynajmniej jedno dziecko zostało bez piłki.
3. Na balu jest n małżeństw. W pewnym momencie panowie proszą panie do tańca, ale nie swoje żony. Na ile sposobów mogą to zrobić?
4. Oblicz ile jest liczb naturalnych mniejszych od 700 i względnie pierwszych z 6!
5. Oblicz prawdopodobieństwo, że graf wybrany losowo spośród wszystkich $\binom{n}{m}$ grafów o n wierzchołkach i m krawędziach, nie posiada wierzchołków izolowanych.
6. Szkoła ze 120 studentami ma sekcje judo i karate. Liczba studentów chodzących tylko na judo jest dwa razy większa od liczby tych, którzy chodzą na karate (i być może na kurs judo). Studentów nie uczęszczających na żaden kurs jest o 25 więcej niż tych, co chodzą na oba kursy. 75 studentów chodzi na co najmniej jeden kurs. Ilu studentów uczęszcza na judo, ilu na karate, a ilu jest jednocześnie w obu sekcjach?
7. Do czterech różnych, 5-osobowych samochodów wsiada 9 kobiet i 11 mężczyzn. Oblicz w ilu przypadkach w każdym samochodzie znajdzie się jakaś kobieta.
8. W ilu permutacjach liter słowa MATHEMATICS występuje zbitka MM lub AA lub THE?
9. W ilu permutacjach liczb $1, 2, \dots, 20$ pierwsza liczba jest większa od 5, a ostatnia jest mniejsza niż 15?
10. Ile liczb całkowitych z przedziału od 1 do 250 jest podzielnych przez co najmniej jedną z liczb 3, 4, 6, 10?
11. Ustawiamy w rzędzie n małżeństw. W ilu ustawieniach żadne małżeństwo nie stoi razem? Jak zmieni się wynik, jeśli małżeństwa sadzamy przy okrągłym stole (na nieponumerowanych krzesłach)?
12. Rzucamy n razy dwiema kostkami. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wyrzuconych par pojawią się wszystkie pary (i, i) , $i = 1, 2, \dots, 6$.