Teoria Grafów 2

Zestaw zadań nr 4

Termin realizacji: poniedziałek, 11 maja

1. Pokazać, że każdy TX jest również MX oraz, że przy $\Delta(X) \leq 3$, każdy MX zawiera TX.
2. Wywnioskować Wniosek 6.
3. W 2-spójnym grafie płaskim każda ściana jest ograniczona cyklem.
4. Pokazać 2 sposobami (Euler i Kuratowski), że graf Petersena nie jest planarny.
5. Każdy graf planarny bez C_4 ma co najwyżej $(15n-30)/7$ krawędzi. Znaleźć graf, który osiąga to oszacowanie.
6. Piłka nożna to wielościan złożony z 5- i 6-kątów. Pokazac, że niezależnie od rozmiaru piłki, liczba pięciokątów jest zawsze taka sama. Ile ona wynosi?
7. Dodanie krawędzi e do grafu maksymalnie planarnego G o $|G| > 5$ powoduje powstanie w $G + e$ zarówno TK^5 jak i $TK_{3,3}$.
8. Dane są dwie wyimaginowane mapy: jedna na Ziemi, druga na Ksieżycu. Każdy kraj ma swój spójny obszar na obu ciałach niebieskich. Ile kolorów trzeba (wystarcza), by pomalować poprawnie wszystkie kraje na obu mapach, pamiętając, że kraje sąsiednie muszą mieć różne kolory, a obie części każdegu kraju są tego samego koloru.
9. Jeśli G ma właściwe kolorowanie, w którym zaden kolor nie występuje dokładnie raz, to G ma też takie $\chi(G)$-kolorowanie.
10. Znaleźć 2-dzielny graf na $2n$ wierzchołkach, którego wierzchołki można uporządkować tak, że algorytm zachłanny potrzebuje n kolorów.
11. Wyznaczyć indeks chromatyczny grafu Petersena.
12. Dla każdego k znajdź graf 2-dzielny o liczbie wyboru k.
13. Nie korzystając z Twierdzenia Thomassena, pokazać, że każdy graf planarny ma liczbę wyboru nie wiekszą niż 6.
14. Wywnioskować Tw. 22 z Tw. 23 oraz Tw. 23 z Hipotezy Berge'a.
15. Dla grafu dwudzielnego G $\chi(\bar{G}) = \omega(\bar{G})$.
16. Korzystając z rezultatów przedstawionych w rozdziale 11, podać 1-linijkowy dowód tw. dualnego do tw. Königa :*W każdym grafie dwudzielnym G bez wierzchołków izolowanych minimalna liczba krawędzi pokrywających wszystkie wierzchołki wynosi $\alpha(G)$.*